

## Spis treści

Wstęp do teorii mechanizmów i maszyn .....	1
Cel i zakres przedmiotu .....	1
Pojęcia wstępne - Symbolika .....	2
Węzły .....	3
Więzy .....	5
Stopień ruchliwości .....	6
Stopień ruchliwości łańcucha kinematycznego .....	6
Klasyfikacja mechanizmów .....	9
Rodziny mechanizmów .....	9
Funkcjonalny podział mechanizmów .....	9

## Wstęp do teorii mechanizmów i maszyn

### Cel i zakres przedmiotu

**Teoria mechanizmów i maszyn (TMiM)** (Mechanisms and Machine Theory)– jest nauką obejmującą zagadnienia przeniesienia ruchu i sił w maszynach oraz zagadnienia określania sił wywołanych ruchem jak i badaniem związków między siłami a ruchem maszyny. Stanowi obok wytrzymałości materiałów jedną z dyscyplin nauki o maszynach.

TMiM dzieli się na:

- strukturę i kinematykę mechanizmów:  
Klasyfikacja, teoria konstruowania, określanie torów prędkości i przyspieszeń (analiza mechanizmów), projektowanie w celu realizacji zamierzonego ruchu (synteza mechanizmów).
- dynamikę mechanizmów i maszyn:  
Określanie sił działających na elementy maszyn, badanie związków między siłami a ruchem mechanizmu.

### Bibliografia

1. Parszewski Z.: „Teoria Maszyn i Mechanizmów”. WNT, Warszawa 1983.
2. Morecki Adam, Knapczyk Józef Teoria mechanizmów i manipulatorów. Podstawy i przykłady zastosowań w praktyce. WNT, 2001
3. V. Ramamurti, *Mechanics of Machines*, Alpha Science International Ltd., Harrow, U.K., 2005
4. Ołędzki A.: „Podstawy Teorii Maszyn i Mechanizmów, WNT, Warszawa 1987.
5. Koźwiniak S. N.: „Teoria Mechanizmów i Maszyn”. MON, Warszawa 1956.
6. Szewalski R.: „Teoria Mechanizmów i Maszyn”. PWT, Warszawa 1959.
7. Wiśniewski S.: „Zbiór Zadań z Teorii Mechanizmów”. Wyd. PP, 1978.

### Stosowane metody:

- Analityczne.
- Numeryczne, Analityczno-Numeryczne.
- Wykreślne.

## Pojęcia wstępne - Symbolika

**Ogniwo (link)** – element poruszający się jak jedno ciało (np. korbówód). Czasami uwzględnia się odkształcalność (ciągną, elementy sprężyste). Ogniwo można zdefiniować tak jak bryłę sztywną, w której odległości między dowolnymi punktami nie zmieniają się lub zmieniają się na skutek odkształceń ogniwa.

- ogniwo nieruchome (*ostoja, podłoże, podstawa, korpus*)
- ogniwa ruchowe
  - o napędowe (*czynne, pędzące*)
  - o napędzane (*bierne, pędzone*)

**Para kinematyczna (kinematic pair)** - dwa ogniwa połączone ruchowo.

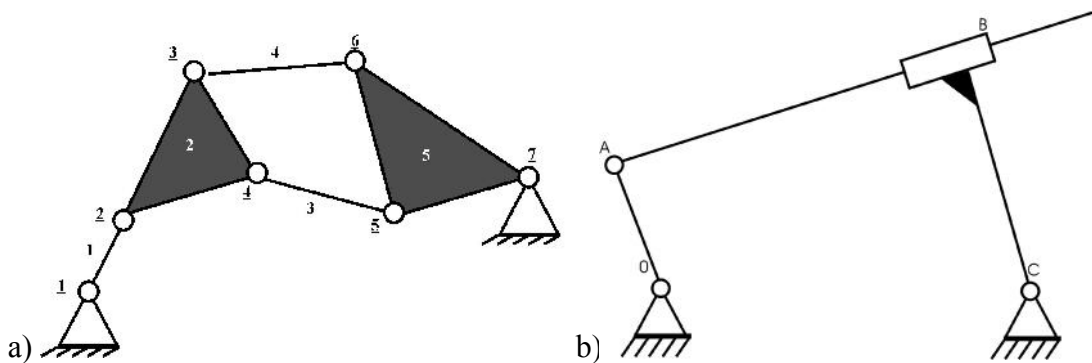
**Węzeł (joint)** – połączenie ogniw warunkujące ich względny ruch.

**Mechanizm (mechanism)**: urządzenie przenoszące ruch z ogniwa napędowego na ogniwa napędzane, tak aby ich ruch był jednoznacznie określony.

**Maszyna (machine)**: urządzenie zbudowane z kilku mechanizmów połączonych tak, aby wykonywać określone funkcje użyteczne (przeniesienie ruchu, sił). Innymi słowy maszyna to mechanizm lub ich układ nazwany ze względu na wykonywane funkcje techniczne.

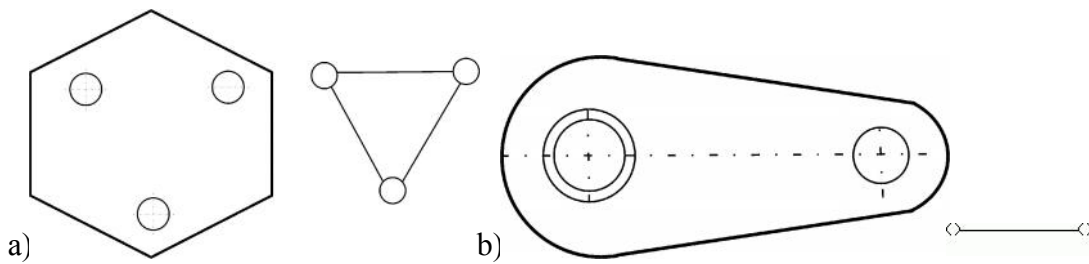
**Łańcuch kinematyczny (kinematic chain)** - zbiór ogniw połączonych ruchowo:

- a) *zamknięty*: każde z ogniw połączone jest z innymi ogniwami nie mniej niż dwoma węzłami,
  - b) *otwarty*: co najmniej jedno z ogniw połączone jest z innym ogniwem jednym węzłem,
  - c) *prosty*: każde ogniwo posiada nie więcej niż dwa węzły,
  - d) *złożony* (silnik V): co najmniej jedno ogniwo posiada więcej niż dwa węzły,
- a, d) mechanizm korbowy silnika V                      a, c) mechanizm jarzmowy



Rysunek 1. Łańcuch zamknięty, złożony (a), łańcuch zamknięty prosty (b).

**Symbolika** – Dla analizy kinematycznej nieistotny jest rozkład masy ogniwa, ale położenie i rodzaj węzłów.



Rysunek 2. Trójkąt sztywny (a), ogniwo proste (b).

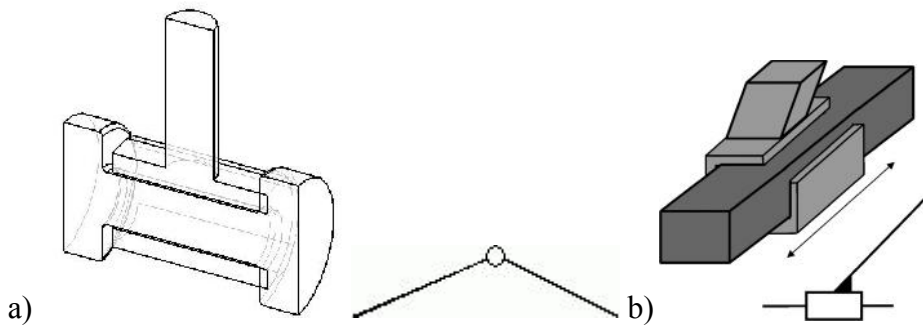
## Węzły

Liczba dopuszczonych przez węzeł możliwych prostych ruchów względnych łączonych ogniów określa klasę węzła, a możliwe ruchy względne postać węzła.

Ruchy proste to trzy niezależne obroty i trzy niezależne przesunięcia.

**Do pierwszej klasy** należą węzły pozostawiające łączonym ogniwom jedną możliwość ruchu względnego.

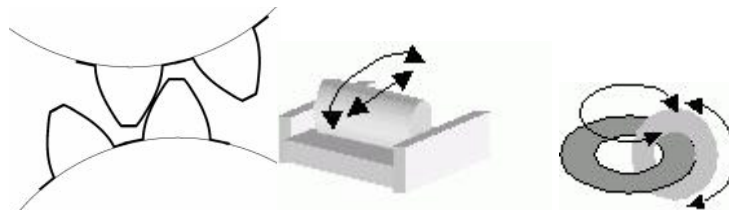
- obrotowy (revolute) (łożyska, przeguby)
- przesuwany (prismatic) (suwaki, tłoki)
- śrubowy (mechanizmy śrubowe)



Rysunek 3. Para kinematyczna obrotowa (a), para przesuwna (b).

## Postaci węzłów II klasy:

- dająca dwie możliwości względnego ruchu obrotowego (dwa pierścienie, ogniwa łańcucha)
- względne przesunięcie + obrót ogniów pary (przegub cylindryczny)

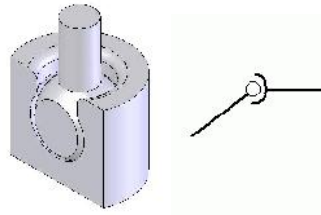


Rysunek 4. Węzły klasy drugiej.

## Postaci węzłów III klasy:

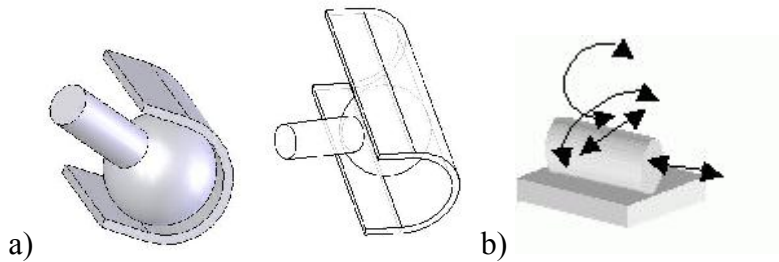
- trzy ruchy obrotowe (przegub kulisty)

- 2 obrotowe i 1 postępowy
- 2 postępowe i obrotowy



Rysunek 5. Przegub kulisty.

**Postaci węzłów IV klasy:**



Rysunek 6. Węzły klasy IV.

**Postaci węzłów V klasy:**



Rysunek 7. Węzeł klasy V.

Stosuje się również klasyfikację odwrotną, w której węzły I klasy są węzłami V klasy, itd.

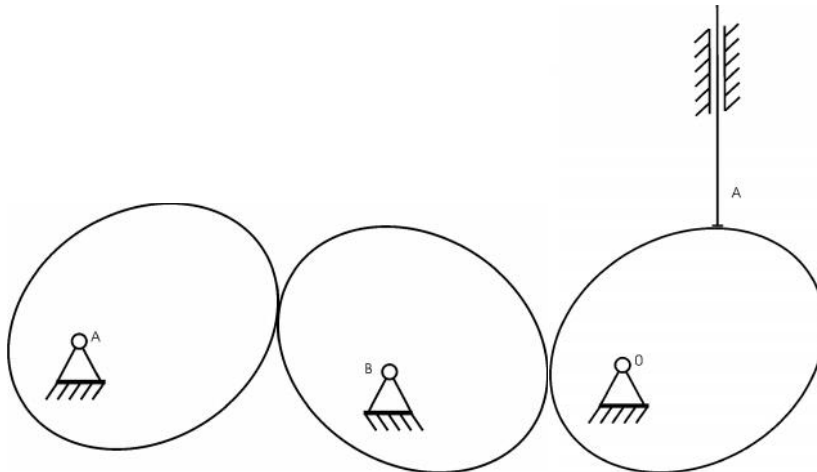
**Węzły dzieli się również na:**

- *Niższe*: w których ogniwa stykają się na pewnych powierzchniach ( obrotowe – przegub, przesuwne - suwak).



Rysunek 8. Przykłady połączeń klasyfikowanych jako węzły niższe.

- *Wyższe*: w których ogniwa stykają się w punktach lub wzdłuż linii (krzywka).



Rysunek 9. Mechanizmy krzywkowe jako przykładu mechanizmów z węzłami wyższymi.

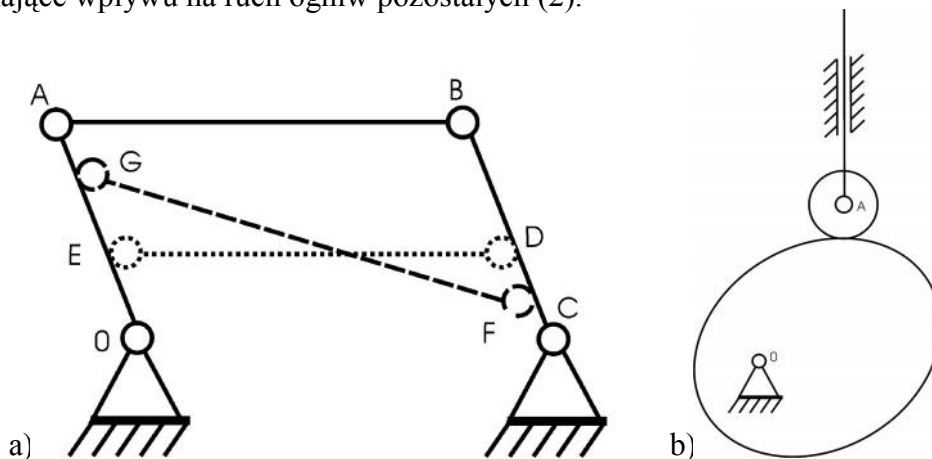
### Więzy

Więzy (constraints) to materialne ograniczenia nałożone na ruch mechanizmu, krępujące swobodę ruchu.

**Więzy wspólne** występują, gdy skojarzenie szeregu par w łańcuch nakłada pewne ograniczenia na ruch względny wszystkich ogniów. Np. każde ogniwo ma 6 stopni swobody, ale po skojarzeniu można otrzymać łańcuch pracujący w jednej płaszczyźnie. Wtedy liczba stopni swobody narzucona przez więzy wspólne redukuje się do 3.

**Więzy bierne** – więzy niewprowadzające żadnych nowych ograniczeń ruchu (1).

**Zbędne stopnie swobody (lokalne stopnie swobody):** dodatkowe możliwości ruchów pewnych ogniów niemające wpływu na ruch ogniów pozostałych (2).



Rysunek 10. Więzy bierne ED w czworoboku przegubowym (a), zbędne stopnie swobody (lokalne stopnie swobody) w mechanizmie krzywkowym reprezentowane przez ruch rolki A.

## Stopień ruchliwości

**Stopień ruchliwości łańcucha kinematycznego  $w$  (degree of mobility)**– liczba jego stopni swobody względem ostoi, tj. ruchów, które ogniwa łańcucha mogą wykonywać niezależnie od innych ruchów. Jednocześnie jest to liczba parametrów, za pomocą których można jednoznacznie opisać położenie każdego z ogniw.

Dla uzyskania jednoznacznego ruchu mechanizmu trzeba zadać  $w$  ruchów prostych jego ogniw. Stopień ruchliwości determinuje zatem liczbę ogniw napędowych w mechanizmach płaskich, co jest warunkiem jednobieżności (określoności ruchu wszystkich ogniw). W mechanizmach najczęściej jeden stopień swobody jest obsługiwany przez jeden silnik.

## Stopień ruchliwości łańcucha kinematycznego

Założmy, że mechanizm zbudowany jest z  $n$  – ogniw.

Odrzucając więzy bierne i zbędne stopnie swobody oraz uwzględniając więzy wspólne każde z ogniw ma  $r$  stopni swobody, jeżeli nie są one ze sobą oraz ostoją połączone. Liczba  $rn$  określa sumaryczną liczbę stopni swobody. Skojarzmy ogniwa w łańcuch, wtedy węzeł klasy  $i$  zezwala na  $i$  ruchów względnych, a więc odbiera ogniwo  $r - i$  stopni swobody. Jeżeli liczba węzłów  $i$ -tej klasy wynosi  $p_i$ , to łącznie wszystkie węzły tej klasy odbierają  $(r - i)p_i$  stopni swobody. Uwzględniając węzły wszystkich klas, których liczbę oznaczono jako  $p$ , ostatecznie otrzymuje się stopień ruchliwości mechanizmu  $w$

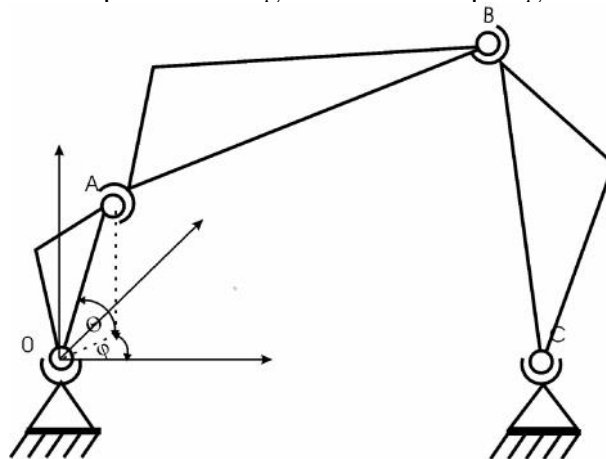
$$w = rn - \sum_{i=1}^{r-1} (r - i)p_i = rn - \sum_{i=1}^{r-1} rp_i + \sum_{i=1}^{r-1} ip_i = rn - r \sum_{i=1}^{r-1} p_i + \sum_{i=1}^{r-1} ip_i =$$

$$rn - rp + \sum_{i=1}^{r-1} ip_i = r(n - p) + \sum_{i=1}^{r-1} ip_i$$

$$w = r(n - p) + \sum_{i=1}^{r-1} ip_i$$

## Przykład

Wyznaczyć stopień ruchliwości przestrzennego czworoboku przegubowego.



Rysunek 11. Przestrzenny czworobok przegubowy.

$$n = 3; p = p_3 = 4; r = 6; w = r(n - p) + 3p = 6(3 - 4) + 12 = 6; w = 6$$

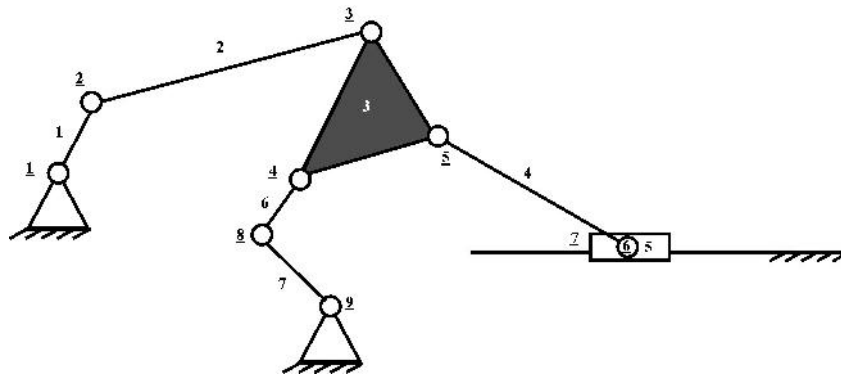
Stopnie swobody

- obrót ogniwa 1 wokół osi (OA),
- obrót ogniwa 2 wokół osi (AB),
- obrót ogniwa 3 wokół osi (CD),
- obrót ogniw 2 i 3 wokół osi (AC),
- położenie węzła A ogniwa 1 opisują dwie współrzędne kątowe  $(\theta, \varphi)$ , gdyż  $R = const$ .

### Zadania na wyznaczanie ruchliwości

Wyznacz ruchliwość poniższych mechanizmów płaskich

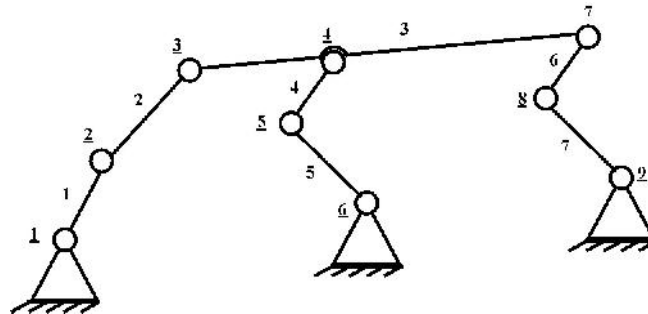
#### Zadanie 1



Rysunek 12. Mechanizm w zadaniu 1.

Odpowiedź  $n = 7, p = 9, w = 3n - 2p = 3$

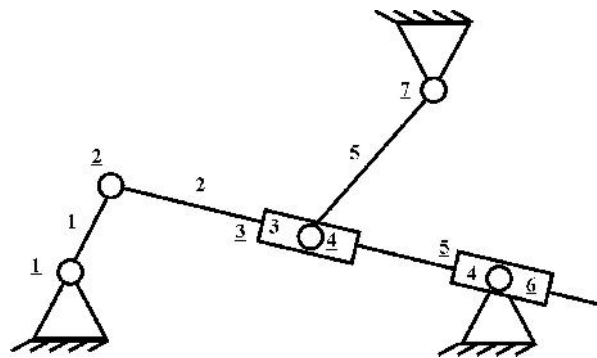
#### Zadanie 2



Rysunek 13. Mechanizm w zadaniu 2.

Odpowiedź  $n = 7, p = 9, w = 3n - 2p = 3$

#### Zadanie 3



Rysunek 14. Mechanizm w zadaniu 3.

Odpowiedź  $n = 5$ ,  $p = 7$ ,  $w = 3n - 2p = 1$

Stosuje się również klasyfikację odwrotną, w której węzły I klasy są węzłami V klasy, itd. Wtedy węzeł klasy  $i$  zezwala na  $6-i$  ruchów względnych, a odbiera ogniwo  $i$  stopni swobody. Załóżmy, że mechanizm przestrzenny zbudowany jest z  $n$  ogniw ruchomych. Odrzucając więzy bierne i zbędne stopnie swobody oraz uwzględniając więzy wspólne każde z ogniwo ma 6 stopni swobody, jeżeli nie są one ze sobą oraz ostoją połączone. Liczba  $6n$  określa sumaryczną liczbę stopni swobody. Skojarzmy ogniwa w łańcuch, wtedy węzeł klasy  $i$  zezwala na  $6-i$  ruchów względnych a więc odbiera ogniwo  $i$  stopni swobody. Łącznie wszystkie węzły tej klasy odbierają  $ip_i$  stopni swobody. Uwzględniając węzły wszystkich klas ostatecznie otrzymuje się stopień ruchliwości mechanizmu.

$$w = 6n - \sum_{i=1}^{r-1} ip_i$$

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$$

W mechanizmach płaskich każde ogniwo posiada trzy stopnie swobody. Mogą występować węzły IV i V klasy. Węzły V klasy odbierają dwa stopnie swobody a IV klasy jeden stopień swobody:

$$w = 3n - 2p_5 - p_4$$

Gdy występują tylko węzły piątej klasy wtedy:  $p = p_5$

$$w = 3n - 2p$$

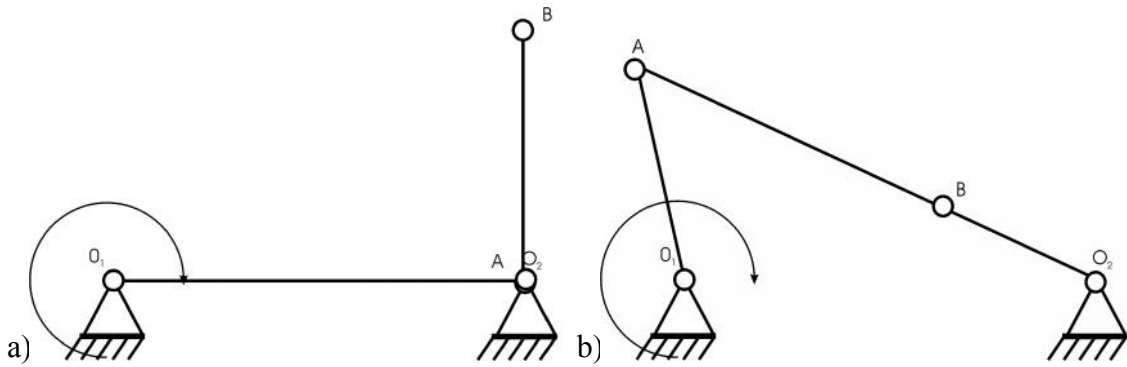
W mechanizmach płaskich klinowych każde ogniwo posiada dwa stopnie swobody. Mogą występować węzły V klasy. Węzły V klasy odbierają jeden stopień swobody:

$$w = 2n - p_5$$

### Położenia osobliwe

Specyficzne położenia w których dochodzi do chwilowej zmiany stopnia ruchliwości





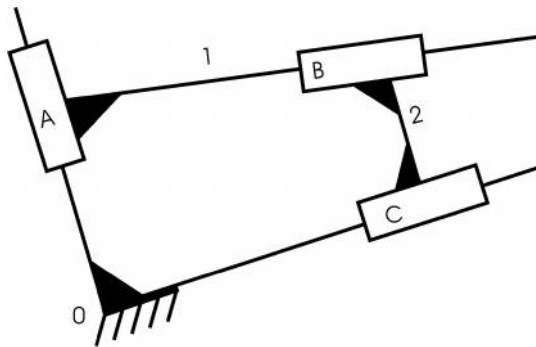
Rysunek 15. Mechanizm w położeniu, w którym uzyskuje dodatkowy stopień (a), położenie, w którym dochodzi do zablokowania mechanizmu (b).

## Klasyfikacja mechanizmów

### Rodziny mechanizmów

Klasyfikacja w zależności od liczby  $r$  możliwych rodzajów ruchu prostego ogniów

- $r = 1$  – pojedyncze pary I klasy
- $r = 6$  – mechanizmy przestrzenne  $w = 6(n-p) + p_1 + \dots + 5^*p_5$
- $r = 3$  - mechanizmy płaskie III rodziny:  $w = 3(n-p) + p_1 + 2p_2$ ; gdy istnieją tylko węzły I klasy  $w = 3n - 2p_1$ .
- $r = 2$  - mechanizmy płaskie klinowe II rodziny:  $w = 2(n-p) + p_1 = 2n - p_1$ ;  $p = p_1$

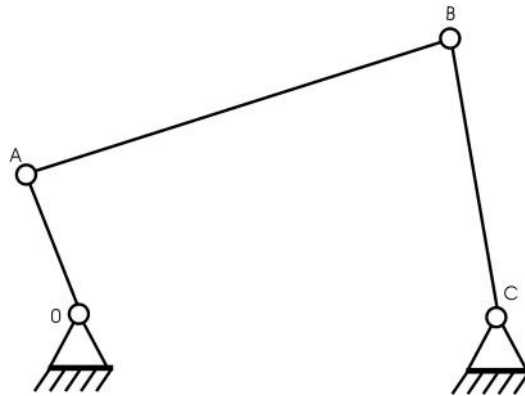


Rysunek 16. Mechanizm klinowy.

### Funkcjonalny podział mechanizmów

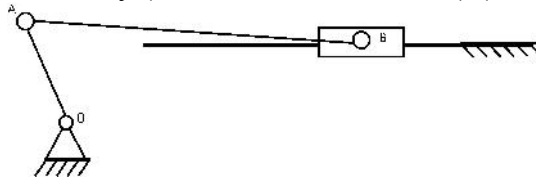
Jest to podział ze względu na funkcje użyteczne mechanizmów, rodzaj zastosowań i wykonywanych zadań technicznych. Ta klasyfikacja jest przydatna dla konstruktorów, natomiast nieużyteczna do celów naukowych.

- mechanizmy dźwigniowe
  - o czworobok przegubowy (four-bar linkage) (mechanizmy obrabiarek, strugarka poprzeczna, mieszalniki – napęd od korby; drezyna, maszyna do szycia – napęd od wahacza; żurawie wypadowe – dwuwahaczowe)



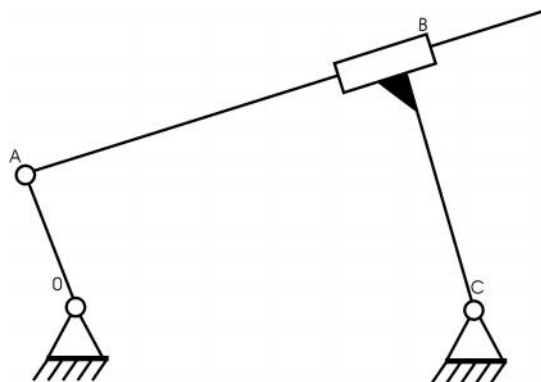
**Rysunek 24.** Czworobok przegubowy: wahacz (CB), łącznik (AB), korba (OA).

- korbowo – wodzikowy (crank-slider mechanism) (silniki, sprężarki tłokowe)



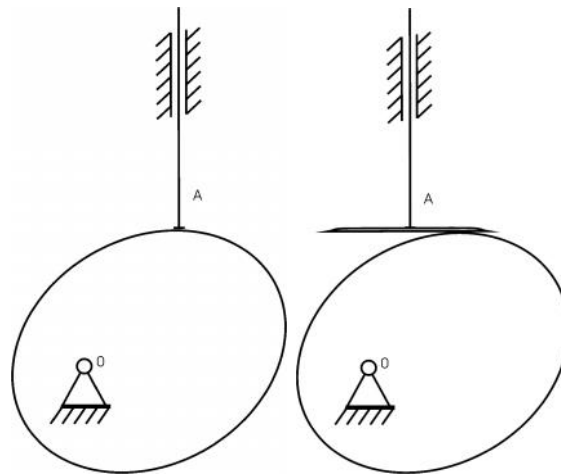
**Rysunek 25.** Mechanizm korbowo-wodzikowy: korba (OA), korbówód (AB), wodzik (B), prowadnica.

- jarzmowe - suwak w ruchomej prowadnicy (napęd strugarek – przyspieszony ruch jałowy, wolny ruch roboczy)



**Rysunek 26.** Mechanizm jarzmowy: korba (OA), jarzmo (AB), kamień (CB).

- mechanizmy śrubowe – zamiana ruchu obrotowego na posuwisty w kierunku osi obrotu (zmiana wysięgu żurawia)
- mechanizmy krzywkowe (cam mechanism) (napęd rozrządu w maszynach cieplnych, maszyny włókiennicze)
  - krzywka-popychacz
  - krzywka talerzyk



**Rysunek 27.** Mechanizmy krzywka-popychacz (a), krzywka-talerzyk.

- Mechanizmy zębate, cierne, ciągnowe – przenoszenie ruchu obrotowego z jednego wału na drugi – przekładnie (gears)